

XII კლასი  
მათემატიკა

სტანდარტი

წლის ბოლოს მისაღწევი შედეგები მიმართულებების მიხედვით:

რიცხვები და მოქმედებები	კანონზომიერებები და ალგებრა	გეომეტრია და სივრცის აღქმა	მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა
<p><b>მათ. XII.1.</b> მოსწავლეს შეუძლია პრაქტიკული საქმიანობიდან მომდინარე პრობლემების გადაწყვეტა.</p> <p><b>მათ. XII.2.</b> მოსწავლეს შეუძლია მსჯელობა-დამტკიცების პროცესისა და მისი შედეგის ანალიზი.</p>	<p><b>მათ. XII.3.</b> მოსწავლეს შეუძლია ფუნქციის ან ფუნქციათა ოჯახის თვისებების კვლევა და დადგენა და ამ თვისებების ინტერპრეტირება კონტექსტთან მიმართებაში.</p> <p><b>მათ. XII.4.</b> მოსწავლეს შეუძლია დისკრეტული მათემატიკის მეთოდების გამოყენება მოდელირებისას და პრობლემების გადაჭრისას.</p>	<p><b>მათ. XII.5.</b> მოსწავლეს შეუძლია ფიგურების ან მათი ელემენტების ზომების პოვნა/შეფასება და მათი გამოყენება პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრისას.</p> <p><b>მათ. XII.6.</b> მოსწავლეს შეუძლია გეომეტრიული გარდაქმნების დახასიათება და მათი გამოყენება გეომეტრიული პრობლემების გადაჭრისას.</p>	<p><b>მათ. XII.7.</b> მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით და მათი ინტერპრეტაცია.</p> <p><b>მათ. XII.8.</b> მოსწავლე აღწერს შემთხვევითობას ალბათური მოდელების საშუალებით.</p> <p><b>მათ. XII.9.</b> მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა ანალიზი და დასკვნების ჩამოყალიბება.</p>

წლის ბოლოს მისაღწევი შედეგები და მათი ინდიკატორები

**მიმართულება: რიცხვები და მოქმედებები**

**მათ.XII.1. მოსწავლეს შეუძლია პრაქტიკული საქმიანობიდან მომდინარე პრობლემების გადაწყვეტა.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- მსჯელობს რიცხვებთან დაკავშირებული ალგორითმების მნიშვნელობაზე პრაქტიკული საქმიანობიდან და მეცნიერების სხვადასხვა დარგებიდან მომდინარე სხვადასხვა პრობლემების გადაჭრისას;
- იყენებს მაჩვენებლიანი და ლოგარითმული ფუნქციების თვისებებს პრაქტიკული საქმიანობიდან ან მეცნიერების სხვადასხვა დარგებიდან მომდინარე გამოთვლებთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას (მაგალითად *უწყვეტად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთი, ენტროპია ბიოლოგიასა და ფიზიკაში, ინფორმაციის მოცულობა, რადიოაქტიული დაშლა და დათარიღების მეთოდები*);
- სიდიდის ცვლილების გრაფიკული გამოსახვისას ირჩევს და იყენებს შესაფერის სკალას (მაგალითად, ლოგარითმულ სკალას).

**მათ.XII.2. მოსწავლეს შეუძლია მსჯელობა-დამტკიცების პროცესისა და მისი შედეგის ანალიზი.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- ახდენს რიცხვების შესახებ დებულების ან რაოდენობრივი მსჯელობის ნიმუშის და მისი შედეგის ანალიზს ერთი ან რამდენიმე პირობის, შეზღუდვის ან დაშვების შესუსტება-მოხსნით;
- ასაბუთებს რიცხვების თვისებების ან რიცხვით კანონზომიერებების შესახებ განზოგადებით, ანალოგიით მიღებულ დასკვნებს ან დებულებებს (მათ შორის მათემატიკური ინდუქციის გამოყენებით);
- რაოდენობებთან და სიდიდეებთან დაკავშირებული მსჯელობის ნიმუშზე ახდენს მსჯელობის ხაზის და დასკვნითი ნაწილის კრიტიკულ ანალიზს.

**მიმართულება: კანონზომიერებები და ალგებრა**

**მათ.XII.3. მოსწავლეს შეუძლია ფუნქციის ან ფუნქციათა ოჯახის თვისებების კვლევა და დადგენა და ამ თვისებების ინტერპრეტირება კონტექსტთან მიმართებაში.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- აღწერს და ადარებს შესწავლილ ფუნქციათა ოჯახებს ისეთი თვისებების მიხედვით, როგორცაა: განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, ფესვებისა და ექსტრემუმის წერტილთა შესაძლო რაოდენობა, ნიშანმდმივობისა და ზრდადობა/კლებადობის შუალედები, პერიოდულობა, ასიმპტოტური ქცევა,

გრაფიკის გეომეტრიული თვისებები; ახდენს ამ თვისებების ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში;

- იყენებს შესაფერის გრაფიკულ, ალგებრულ მეთოდებს და ტექნოლოგიებს ფუნქციის თვისებების (განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, ფესვები და ექსტრემუმის წერტილები, ნიშანმუდმივობისა და ზრდადობა/კლებადობის შუალედები, ლუწობა/კენტობა, პერიოდულობა, ასიმპტოტური ქცევა, გრაფიკის გეომეტრიული თვისებები) დასადგენად. ახდენს ამ თვისებების ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში;
- აღწერს თუ რა გავლენას ახდენს ფუნქციის პარამეტრების ცვლილება ფუნქციის თვისებებზე; ახდენს ამ გავლენის ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში.
- იყენებს შესწავლილ ფუნქციებს და მათ თვისებებს მოდელირებისას და პრობლემის გადაჭრისას.

**მათ.XII.4. მოსწავლეს შეუძლია დისკრეტული მათემატიკის მეთოდების გამოყენება მოდელირებისას და პრობლემების გადაჭრისას.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- იყენებს იტერაციას, რეკურსიას და მათემატიკურ ინდუქციას მოდელირებისას, დებულებების დასაბუთებისას, ფორმულების გამოყვანისას, კომბინატორული ამოცანების ამოხსნისას;
- იყენებს გრაფებს, ხისებრ დიაგრამებს და მათ თვისებებს მოდელირებისას და ამოცანების ამოხსნისას.

**მიმართულება: გეომეტრია და სივრცის აღქმა**

**მათ.XII.5. მოსწავლეს შეუძლია ფიგურების ან მათი ელემენტების ზომების პოვნა/შეფასება და მათი გამოყენება პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრისას.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- პოულობს სივრცული ფიგურის მოცულობას;
- იყენებს სივრცული ფიგურის ზომებს შორის ფუნქციურ დამოკიდებულებას ოპტიმიზაციის ზოგიერთი პრობლემის გადასაჭრელად (მათ შორის რეალური ვითარების შესაბამის ამოცანებში; მაგალითად *ცილინდრული ფორმის ღია კონსერვის ყუთის დამზადებაზე იხარჯება  $S$  სმ<sup>2</sup> მასალა. როგორი უნდა იყოს ყუთის წრფივი ზომები, რომ მისი მოცულობა უდიდესი იყოს?*);
- იყენებს ვექტორებს გეომეტრიული დებულებების დასამტკიცებლად და ზომების დასადგენად;
- იყენებს ფიგურის ზომებს და მათ შორის კავშირებს გეომეტრიული ალბათობის დასადგენად.

**მათ.XII.6. მოსწავლეს შეუძლია გეომეტრიული გარდაქმნების დახასიათება და მათი გამოყენება გეომეტრიული პრობლემების გადაჭრისას.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- ფიგურის გეომეტრიულ გარდაქმნას სიბრტყეზე გამოსახავს დეკარტეს კოორდინატების საშუალებით;
- ასახელებს კოორდინატებში მოცემული გეომეტრიული გარდაქმნის შესაძლო ტიპს (პარალელური გადატანა, სათავის მიმართ ცენტრული სიმეტრია, საკოორდინატო ღერძების მიმართ ღერძული სიმეტრია).

**მიმართულება: მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა**

**მათ.XII.7. მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით და მათი ინტერპრეტაცია.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- არჩევს მონაცემთა წარმოდგენის შესაფერის გრაფიკულ ფორმებს, ასახულებს თავის არჩევანს, აგებს და განმარტავს ცხრილებს/დიაგრამებს;
- დაწყვილებული მონაცემებისთვის ქმნის გაფანტულობის დიაგრამას, თვისობრივად აღწერს მის ფორმას (რომელიმე წირის მაგალითად წრფის, პარაბოლის, მიდამოში კონცენტრაცია), აგებს საუკეთესო მისადაგების წრფეს;
- ადგენს სიხშირეთა განაწილებას, წარმოადგენს მას გრაფიკულად და აღწერს მის ფორმას (მაგალითად, *სიმეტრიულობა/ასიმეტრიულობა, მაქსიმუმის/მინიმუმის წერტილები*).

**მათ.XII.8. მოსწავლე აღწერს შემთხვევითობას ალბათური მოდელების საშუალებით.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- განასხვავებს დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ხდომილობებს, ასახელებს მათ მაგალითებს და ითვლის ხდომილობათა პირობით ალბათობებს;
- ითვლის რთულ ხდომილობის ალბათობას ჯამისა და ნამრავლის ფორმულების გამოყენებით;
- ატარებს ექსპერიმენტს მრავალჯერადი დაბრუნებით და ამ ექსპერიმენტის საშუალებით ადგენს ურნის შედგენილობას – აფასებს განსხვავებული ფერის ბურთულების რაოდენობათა შეფარდებას;
- იყენებს სიმულაციებს შერჩევის სტატისტიკების (მედიანა, საშუალო მნიშვნელობა, საშუალო კვადრატული გადახრა) ვარიანტურობის გამოსაკვლევად და შერჩევის განაწილებათა ასაგებად.

**მათ.XII.9. მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა ანალიზი და დასკვნების ჩამოყალიბება.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- ირჩევს მოცემული შერჩევითვის ისეთ რიცხვით მახასიათებლებს, რომლებიც ხელსაყრელია ამოცანის ამოსახსნელად და ასაბუთებს თავის არჩევანს, ითვლის და ითვალისწინებს არჩეულ მახასიათებლებს გადაწყვეტილების მიღებისას;
- ახდენს მონაცემთა ინტერპოლაციას/ექსტრაპოლაციას საუკეთესო მისადაგების წრფის საშუალებით;
- ამოიცნობს ჩანაცვლებას შერჩევისა და გამოკითხვის ნიმუშში, მსჯელობს თუ როგორ ზეგავლენას ახდენს შერჩევითი მეთოდი და შერჩევის მოცულობა დასკვნათა სანდოობაზე;
- ითვლის კორელაციის კოეფიციენტს და მსჯელობს დაწყვილებულ მონაცემებს შორის წრფივი კავშირის შესახებ.

### პროგრამის შინაარსი

1. რიცხვებთან დაკავშირებული რომელიმე ალგორითმი (მაგალითად, ევკლიდეს ალგორითმი).
  2. კავშირი ინფორმაციულ/საკომუნიკაციო ტექნოლოგიებსა და რიცხვთა თეორიებს შორის.
  3. ლოგარითმული სკალა.
  4. პოლინომიალური, წილად-წრფივი, კვადრატული/კუბური ფესვის შემცველი ფუნქციები.
  5. კვადრატული ფესვის შემცველი ერთუცნობიანი განტოლებები.
  6. ვარიანტების დათვლის ხერხები და ფორმულები, კომბინატორული ფორმულები.
  7. ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი; ორ სიმრავლეს შორის ასახვა, შებრუნებელი ასახვა, სიმრავლის წინასახე.
  8. გრაფები და ხისებრი დიაგრამები: გრაფის განსაზღვრება, გრაფის გამოსახვის ალგებრული და გეომეტრიული ხერხები.
  9. ფუნქციური დამოკიდებულება ფიგურის ზომებს შორის.
  10. ვექტორები სივრცეში, ვექტორული ნამრავლი.
  11. გეომეტრიული გარდაქმნის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში სიბრტყეზე.
  12. კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.
  13. მონაცემთა შეგროვების საშუალებანი: შერჩევითი მეთოდი, შერჩევა და ვარიაციული მწკრივი; შერჩევის რიცხვითი მახასიათებლები (მედიანა, საშუალო მნიშვნელობა, საშუალო კვადრატული გადახრა).
  14. მონაცემთა მოწესრიგებული ერთობლიობების რაოდენობრივი და თვისობრივი ნიშნები: დაწყვილებული მონაცემები, კორელაცია.
  15. მონაცემთა წარმოდგენის საშუალებანი თვისობრივი და რაოდენობრივი მონაცემებისთვის. გაფანტულობის დიაგრამა, მისადაგების წირი.
- ალბათობა: პირობითი ალბათობა, ხდომილობათა დამოუკიდებლობა.; ალბათობათა ჯამისა და ნამრავლის ფორმულები; დიდ რიცხვთა კანონი (გაცნობის წესით).

**XII კლასი**  
**მათემატიკა**  
**(გამლიერებული)**

**სტანდარტი**

წლის ბოლოს მისაღწევი შედეგები მიმართულებების მიხედვით:

რიცხვები და მოქმედებები	კანონზომიერებები და ალგებრა	გეომეტრია და სივრცის აღქმა	მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა
<p><b>მათ. გად. XII.1.</b>  მოსწავლეს შეუძლია რიცხვთა სხვადასხვა სიმრავლეების, რიცხვების გამოსახვის სხვადასხვა ფორმებისა და რიცხვებზე მოქმედებების ერთმანეთთან დაკავშირება.</p> <p><b>მათ. გად. XII.2.</b>  მოსწავლეს შეუძლია პრაქტიკული საქმიანობიდან მომდინარე</p>	<p><b>მათ. გად. XII.4.</b>  მოსწავლეს შეუძლია ფუნქციის ან ფუნქციათა ოჯახის თვისებების კვლევა და დადგენა და ამ თვისებების ინტერპრეტირება კონტექსტთან მიმართებაში.</p> <p><b>მათ. გად. XII.5.</b>  მოსწავლეს შეუძლია დისკრეტული მათემატიკის მეთოდების გამოყენება მოდელირებისას და პრობლემების</p>	<p><b>მათ. გად. XII.6.</b>  მოსწავლეს შეუძლია ფიგურების ან მათი ელემენტების ზომების პოვნა/შეფასება და მათი გამოყენება პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრისას.</p> <p><b>მათ. გად. XII.7.</b>  მოსწავლეს შეუძლია არაევკლიდური გეომეტრიის ზოგიერთი ფაქტის გამოკვლევა და</p>	<p><b>მათ. გად. XII.8.</b>  მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით და მათი ინტერპრეტაცია.</p> <p><b>მათ. გად. XII.9.</b>  მოსწავლე აღწერს შემთხვევითობას ალბათური მოდელების საშუალებით.</p> <p><b>მათ. გად. XII.10.</b>  მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა ანალიზი</p>

<p>პრობლემების გადაწყვეტა.</p> <p><b>მათ. გად. XII.3.</b> მოსწავლეს შეუძლია მსჯელობა-დამტკიცების პროცესისა და მისი შედეგის ანალიზი.</p>	<p>გადაჭრისას.</p>	<p>გამოყენება.</p>	<p>და დასკვნების ჩამოყალიბება.</p>
---	--------------------	--------------------	------------------------------------

წლის ბოლოს მისაღწევი შედეგები და მათი ინდიკატორები

**მიმართულება: რიცხვები და მოქმედებები**

**მათ. გად. XII.1. მოსწავლეს შეუძლია რიცხვთა სხვადასხვა სიმრავლეების, რიცხვების გამოსახვის სხვადასხვა ფორმებისა და რიცხვებზე მოქმედებების ერთმანეთთან დაკავშირება.**

- მსჯელობს რიცხვთა სიმრავლეების გაფართოების პროცედურის შესახებ (*ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე < მთელ რიცხვთა სიმრავლე < რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე < ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე < კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლე*);
- ერთმანეთთან აკავშირებს და იყენებს კომპლექსურ რიცხვის გამოსახვის სხვადასხვა ფორმას;
- ასრულებს მოქმედებებს სხვადასხვა სახით მოცემულ კომპლექსურ რიცხვებზე და ახდენს მათ ინტერპრეტაციას გამოსახვის ფორმის მიხედვით (მაგალითად, ხარისხში აყვანის გეომეტრიული ინტერპრეტაცა, შეუღლების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია).

**მათ. გად. XII.2. მოსწავლეს შეუძლია პრაქტიკული საქმიანობიდან მომდინარე პრობლემების გადაწყვეტა.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- განსაზღვრავს და იყენებს შესაფერის ერთეულებს სიდიდის ცვლილების სიჩქარის აღსაწერად; ახდენს მყისიერი სიჩქარის ცნების ინტერპრეტაციას;
- იყენებს მაჩვენებლიანი და ლოგარითმული ფუნქციების თვისებებს პრაქტიკული საქმიანობიდან ან მეცნიერების სხვადასხვა დარგებიდან მომდინარე გამოთვლებთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას (მაგალითად, უწყვეტად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთი, ენტროპია ბიოლოგიასა და ფიზიკაში, ინფორმაციის რაოდენობა, რადიოაქტიური დაშლა და დათარიღების მეთოდები);

- განასხვავებს ლოგარითმულ მასშტაბს წრფივისგან; იყენებს ლოგარითმულ მასშტაბს მაჩვენებლიანი ფუნქციის მნიშვნელობების საკორდინატო სისტემაში გამოსახვისთვის;
- ახდენს მოცემული ალგორითმით (მაგალითად, RSA) მონაცემთა დაშიფვრა-წაკითხვის დემონსტრირებას; მსჯელობს ინფორმაციისა და რიცხვთა თეორიების პრაქტიკულ მხარეზე/მათ როლზე თანამედროვე სამყაროში. (მაგალითად, ინფორმაციის დაცვა; ინფორმაციის ღირებულება და დაშიფვრის გახსნისას საჭირო გამოთვლების ხარჯები; "ღია ტიპის გასაღებით" დაშიფვრის სისტემის სოციალურ ასპექტები - მისი უსაფრთხოების დაცვის მექანიზმები - "გამჭვირვალობის პრინციპი მოქმედებაში").

### მათ. გად. XII.3. მოსწავლეს შეუძლია მსჯელობა-დამტკიცების პროცესისა და მისი შედეგის ანალიზი.

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- ახდენს რიცხვების შესახებ დებულების ან რაოდენობრივი მსჯელობის ნიმუშის და მისი შედეგის ანალიზს ერთი ან რამდენიმე პირობის, შეზღუდვის ან დაშვების შესუსტება-მოხსნით;
- ასაბუთებს რიცხვების თვისებების ან რიცხვით კანონზომიერებების შესახებ განზოგადოებით, ანალოგიით მიღებულ დასკვნებს ან დებულებებს (მათ შორის მათემატიკური ინდუქციის გამოყენებით);
- რაოდენობრივი მსჯელობის ნიმუშზე ახდენს მსჯელობის და დასკვნითი ნაწილის კრიტიკულ ანალიზს.

### მიმართულება: კანონზომიერებები და ალგებრა

#### მათ. გად. XII.4. მოსწავლეს შეუძლია ფუნქციის ან ფუნქციათა ოჯახის თვისებების კვლევა და დადგენა და ამ თვისებების ინტერპრეტირება კონტექსტთან მიმართებაში.

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- აღწერს და ადარებს შესწავლილ ფუნქციათა ოჯახებს ისეთი თვისებების მიხედვით, როგორცაა: განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, ფესვებისა და ექსტრემუმის წერტილთა შესაძლო რაოდენობა, ნიშანმუდმივობისა და ზრდადობა/კლებადობის შუალედები, პერიოდულობა, ასიმპტოტური ქცევა, გრაფიკის გეომეტრიული თვისებები; ახდენს ამ თვისებების ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში;
- იყენებს შესაფერის გრაფიკულ, ალგებრულ, ანალიზურ მეთოდებს და ტექნოლოგიებს ფუნქციის ისეთი თვისებების (განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, ფესვები და ექსტრემუმის წერტილები, ნიშანმუდმივობისა და ზრდადობა/კლებადობის შუალედები, ლუწობა/კენტობა, პერიოდულობა, უწყვეტობა, ასიმპტოტური ქცევა, გრაფიკის გეომეტრიული თვისებები) დასადგენად. ახდენს ამ თვისებების ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში;



- აღწერს თუ რა გავლენას ახდენს ფუნქციის პარამეტრების ცვლილება ფუნქციის თვისებებზე; ახდენს ამ გავლენის ინტერპრეტირებას კონტექსტთან მიმართებაში;
- იყენებს შესწავლილ ფუნქციებს და მათ თვისებებს მოდელირებისას და პრობლემის გადაჭრისას;
- განავრცობს ფუნქციის ფესვის ცნებას კომპლექსური რიცხვების სიმრავლეზე

**მათ. გად. XII.5. მოსწავლეს შეუძლია დისკრეტული მათემატიკის მეთოდების გამოყენება მოდელირებისას და პრობლემების გადაჭრისას.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- იყენებს იტერაციას, რეკურსიას და მათემატიკურ ინდუქციას მოდელირებისას, დებულებების დასაბუთებისას, ფორმულების გამოყვანისას, კომბინატორული ამოცანების ამოხსნისას;
- იყენებს გრაფებს, ხისებრ დიაგრამებს და მათ თვისებებს მოდელირებისას და ამოცანების ამოხსნისას;
- დისკრეტული ოპტიმიზაციის ზოგიერთი პრობლემის გადაჭრისას იყენებს ალგორითმებს ან/და ტექნოლოგიებს.

**მიმართულება: გეომეტრია და სივრცის აღქმა**

**მათ. გად. XII.6. მოსწავლეს შეუძლია ფიგურების ან მათი ელემენტების ზომების პოვნა/შეფასება და მათი გამოყენება პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრისას.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- იყენებს სივრცული ფიგურის ზომებს შორის ფუნქციურ დამოკიდებულებას ოპტიმიზაციის ზოგიერთი პრობლემის გადასაჭრელად (მათ შორის რეალური ვითარების შესაბამის ამოცანებში; მაგალითად, ცილინდრული ფორმის ღია კონსერვის ყუთის დამზადებაზე იხარჯება  $x$  კვადრატული სანტიმეტრი მასალა. როგორი უნდა იყოს ყუთის წრფივი ზომები, რომ მისი მოცულობა უდიდესი იყოს?);
- იყენებს ვექტორებს გეომეტრიული დებულებების დასამტკიცებლად და ზომების დასადგენად;
- იყენებს ფიგურის ზომებს და მათ შორის კავშირებს გეომეტრიული ალბათობის დასადგენად.

**მათ. გად. XII.7. მოსწავლეს შეუძლია არაეკვიდური გეომეტრიის ზოგიერთი ფაქტის გამოკვლევა და გამოყენება.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- მსჯელობს, ევკლიდეს გეომეტრიის რომელი დებულებები სრულდება ან არ სრულდება რომელიმე არაევკლიდურ გეომეტრიაში (მაგალითად, ცნობილია, რომ ერთ წრფეზე მდებარე სამი წერტილიდან მხოლოდ ერთი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის. სამართლიანია თუ არა ეს დებულება სფერული გეომეტრიის შემთხვევაში?);
- ასაბუთებს მარტივ დებულებებს რომელიმე არაევკლიდურ გეომეტრიაში (მაგალითად, ლობაჩევსკის გეომეტრიაში სამკუთხედის შუახაზი ნაკლებაა ფუძის ნახევარზე);
- პოულობს ობიექტთა ზომებს ან/და ობიექტთა შორის მანძილებს რომელიმე არაევკლიდურ გეომეტრიაში (მათ შორის რეალური ვითარების შესაბამის ამოცანებში; მაგალითად, მანძილი ორ წერტილს შორის სფერულ გეომეტრიაში).

**მიმართულება: მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა**

**მათ. გად. XII.8. მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით და მათი ინტერპრეტაცია.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- განასხვავებს შერჩევასა და პოპულაციას
- ამოიცნობს ჯგუფს, რომელიც წარმომადგენლობითია პოპულაციისთვის.
- მოცემული შერჩევის შემთხვევაში ასახელებს ფაქტორებს, რომლებსაც ზეგავლენა შეუძლია მოახდინოს შერჩევის მიხედვით პოპულაციის შესახებ გამოტანილი დასკვნების საიმედოობაზე (მაგალითად, გაზომვის სიზუსტე, შერჩევის წარმომადგენლობითობა).

**მათ. გად. XII.9. მოსწავლეს შეუძლია მონაცემების წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით და მათი ინტერპრეტაცია.**

შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- არჩევს მონაცემთა წარმოდგენის შესაფერის გრაფიკულ ფორმებს, ასაბუთებს თავის არჩევანს, აგებს და განმარტავს ცხრილებს/დიაგრამებს;
- დაწყვილებული მონაცემებისთვის ქმნის გაფანტულობის დიაგრამას, თვისობრივად აღწერს მის ფორმას (რომელიმე წირის მაგალითად, წრფის, პარაბოლის, მიდამოში კონცენტრაცია), აგებს საუკეთესო მისადაგების წრფეს;
- ადგენს სიხშირეთა განაწილებას, წარმოადგენს მას გრაფიკულად და აღწერს მის ფორმას (მაგალითად, სიმეტრიულობა/ასიმეტრიულობა, მაქსიმუმის/მინიმუმის წერტილები).

**მათ. გად. XII.10. მოსწავლე აღწერს შემთხვევითობას ალბათური მოდელების საშუალებით. შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:**

- განასხვავებს დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ხდომილობებს, ასახელებს მათ მაგალითებს და ითვლის ხდომილობათა პირობით ალბათობებს;
- ითვლის რთულ ხდომილობის ალბათობას ჯამისა და ნამრავლის ფორმულების გამოყენებით;

- ატარებს ექსპერიმენტს მრავალჯერადი დაბრუნებით და ამ ექსპერიმენტის საშუალებით ადგენს ურნის შედგენილობას - აფასებს განსხვავებული ფერის ბურთულების რაოდენობათა შეფარდებას;
- იყენებს სიმულაციებს შერჩევის სტატისტიკების (მედიანა, საშუალო მნიშვნელობა, საშუალო კვადრატული გადახრა) ვარიანტურობის გამოსაკვლევად და შერჩევის განაწილებათა ასაგებად.

**მათ. გად. XII.11. მოსწავლეს შეუძლია მონაცემთა ანალიზი და დასკვნების ჩამოყალიბება.**  
შედეგი თვალსაჩინოა, თუ მოსწავლე:

- ირჩევს მოცემული შერჩევისთვის ისეთ რიცხვით მახასიათებლებს, რომლებიც ხელსაყრელია დასმული ამოცანის გადასაწყვეტად და ასაბუთებს თავის არჩევანს, ითვლის და ითვალისწინებს არჩეულ მახასიათებლებს გადაწყვეტილების მიღებისას;
- ახდენს მონაცემთა ინტერპოლაციას/ექსტრაპოლაციას საუკეთესო მისადაგების წრფის საშუალებით;
- ამოიცნობს ჩანაცვლებას შერჩევისა და გამოკითხვის ნიმუშში, მსჯელობს თუ როგორ ზეგავლენას ახდენს შერჩევითი მეთოდი და შერჩევის მოცულობა დასკვნათა სანდოობაზე;
- ითვლის კორელაციის კოეფიციენტს და მსჯელობს დაწყვილებულ მონაცემებს შორის წრფივი კავშირის შესახებ.

## პროგრამის შინაარსი

### 1. კომპლექსური რიცხვები.

კომპლექსური რიცხვების ჩაწერის ალგებრული და ტრიგონომეტრიული ფორმები. კომპლექსური რიცხვების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კომპლექსური რიცხვის მოდული, არგუმენტი. კომპლექსური რიცხვის შეუღლებული რიცხვი. არითმეტიკული მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე და მათი გეომეტრიული ინტერპრეტაცია.

კვადრატული სამწევრის კომპლექსური ფესვები, ალგებრის ძირითადი თეორემა. ვიეტის თეორემა  $n$ -ური ხარისხის მრავალწევრებისათვის, კომპლექსური რიცხვის ნატურალური ხარისხი (მუავრის ფორმულა).  $n$  -ური ხარისხის ფესვი კომპლექსური რიცხვიდან.

### 2. გრაფები.

ძირითადი ცნებები გრაფთა თეორიიდან: წვერო, წიბო, რკალი, მარყუჟი, მოსაზღვრე წვეროები და წიბოები, წიბოს და წვეროს ინციდენტურობა, მარშრუტი, ციკლი, ორიენტირებული და არაორიენტირებული გრაფები, ხე, წვეროს ინდექსი, მარშრუტის სიგრძე. გრაფების მოცემის ხერხები: ინციდენტურობის და მოსაზღვრეობის ცხრილებით, სიით.

გრაფების იზომორფულობა. გრაფის ეილერის მახასიათებელი.

გრაფის უნიკურსალურობა, ბმული გრაფის უნიკურსალურობის აუცილებელი და საკმარისი ნიშანი.

### 3. ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სივრცეში.

ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.

წრფის განტოლება სივრცეში. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება.

სიბრტყის ზოგადი სახის განტოლება სივრცეში. კუთხე ორ სიბრტყეს შორის. ორი სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები. წრფისა და სიბრტყის პარალელურობისა და მართობულობის პირობები. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.

### 4. ელემენტარული წარმოდგენები არაევკლიდური გეომეტრიების შესახებ.

ელიფსური გეომეტრიის რიმან-კლაინის მოდელი (გეომეტრია სფეროზე).

ჰიპერბოლური (ლობაჩევსკის) გეომეტრიის პუანკარეს მოდელი (ფსევდოსფეროზე ან წრეზე), პარაბოლური (ევკლიდური), ელიფსური (გეომეტრია სფეროზე) და ჰიპერბოლური

### 5. მონაცემთა შეგროვების საშუალებანი:

შერჩევითი მეთოდი, შერჩევა და ვარიაციული მწკრივი

შერჩევის რიცხვითი მახასიათებლები (მედიანა, საშუალო მნიშვნელობა, საშუალო კვადრატული გადახრა)

### 6. მონაცემთა მოწესრიგებული ერთობლიობების რაოდენობრივი და თვისობრივი ნიშნები:

დაწყვილებული მონაცემები, კორელაცია

### 7. მონაცემთა წარმოდგენის საშუალებანი თვისობრივი და რაოდენობრივი მონაცემებისთვის:

ნიშანთა შეუღლების ცხრილი

გაფანტულობის დიაგრამა, მისადაგების წირი

### 8. ალბათობა:

პირობითი ალბათობა, ხდომილობათა დამოუკიდებლობა.

ალბათობათა ჯამისა და ნამრავლის ფორმულები

დიდ რიცხვთა კანონი (გაცნობის წესით)